

# Idősorelemzés praktikum

## 11-12. hét

Elek Péter

2016. április - május

**1. feladat.** Legyen  $X_t$  ARCH(1)-folyamat, azaz  $X_t = \sigma_t \epsilon_t$ , ahol  $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2$ , és  $\epsilon_t$  standard normális fehér zaj.

- Határozzuk meg az  $X_t | \mathcal{F}_{t-1}$  feltételes eloszlást, ahol  $\mathcal{F}_t = \sigma(X_s : s \leq t)$ !
- Számoljuk ki  $X_t$  várható értékét (ha az létezik)!
- Határozzuk meg a  $cov(X_{t+h}; X_t)$  mennyiséget, ha  $h > 0$  (és létezik)!
- Mutassuk meg, hogy  $X_t^2$  (gyenge) AR(1)-folyamatot követ!
- Határozzuk meg  $X_t$  szórásnégyzetét és negyedik momentumát! Milyen paraméterértékek esetén léteznek ezek a mennyiségek?
- Stacionárius esetben számoljuk ki a folyamat kurtózisát, azaz a  $\frac{E(X_t - EX_t)^4}{D^4 X_t} - 3$  mennyiséget! Milyen a folyamat kurtózisa a normális eloszláséhoz képest?
- Határozzuk meg a paraméterek momentum becslését!
- Határozzuk meg a paraméterek ML-becslését az  $X_1$  kezdeti érték mellett!

**2. feladat.** Mutassuk meg az 1/d. feladathoz hasonlóan, hogy egy GARCH( $p, q$ )-folyamat négyzete pedig (gyenge) ARMA( $m, s$ )-folyamatot követ! Mennyi lesz a folyamat  $m$  és  $s$  rendje?

Ezután az aosta könyvtár nyse adatsorát fogjuk használni, amely a New York Stock Exchange napi logaritmikus hozamait tartalmazza 1984 és 1991 között.

**3. feladat.** Illesszünk ARCH(1) illetve GARCH(1,1) modelleket az idősorra, és vizsgáljuk a modellek illeszkedését! (Reziduálisok autokorrelációja, reziduálisok négyzetének autokorrelációja stb.)

**4. feladat.** Adjunk mindig egy időszak előjelzést a szórásra a 800-1000. napok között, és adjunk 99%-os konfidencia-intervallumot mindig a következő napi hozamra a reziduálisok normalitását feltételezve, majd pedig nemparaméteresen becsülve a megfelelő kvantiliseket!