

# Házi feladat I.

Határidő: 2017. október 12., 9 óra

**1. Feladat.** Legyen az  $X$  valószínűségi változó diszkrét egyenletes eloszlású, azaz  $\Pr(X = k) = 1/N$ , ha  $k = 1, \dots, N$ , ahol  $N$  pozitív egész szám. Határozzuk meg a valószínűségi változó várható értékét és szórását! Hasonlítsuk össze az eredményeket a folytonos egyenletes eloszlásra az órán közölt értékekkel!

**2. Feladat.** Tekintsük azt a folytonos kétváltozós eloszlást, amelynek együttes sűrűségfüggvénye  $f(x, y) = 3(x^2 + y)/11$ , ha  $0 \leq x \leq 2$  és  $0 \leq y \leq 1$ ; egyébként pedig  $f(x, y) = 0$ .

- Ellenőrizzük, hogy ez tényleg sűrűségfüggvény!
- Határozzuk meg a peremeloszlások sűrűségfüggvényeit!
- Határozzuk meg  $Y$  feltételes sűrűségfüggvényét  $X$ -re vonatkozóan!
- Ábrázoljuk a fenti feltételes sűrűségfüggvényt  $x = 0, 1, 2$  esetén!
- Számítsuk ki és ábrázoljuk  $X$  függvényében  $E(Y|X)$  feltételes várható értéket!
- Határozzuk meg  $X$  és  $Y$  korrelációs együtthatóját!

**3. Feladat.** Egy kávéárus kávéja iránti kereslet naponta átlagosan 50 liter. A kívánt kávé minimális mennyisége 30 liter, maximális mennyisége 70 liter, a két szélsőérték között az eloszlás (az egyszerűség kedvéért) legyen egyenletes. Egy liter kávé eladásán 400 Ft haszna van, míg ha nem tudja eladni az összes kávé, akkor 800 Ft-ot veszít minden megmaradó literen. (Egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy nem okoz neki reputációs veszteséget, ha nem tud minden kávéigényt kiszolgálni.)

a) Határozzuk meg a kávéárus várható profitját és profitjának szórását, ha 50 liter kávé készletez be az adott napon!

b) Hogyan kell megválasztani a napi készletet, hogy a várható profit maximális legyen?

**4. Feladat.** Legyen az  $X$  és  $Y$  valószínűségi változókra  $E(X) = 1$ ,  $E(Y) = 2$ ,  $Var(X) = 4$ ,  $Var(Y) = 9$  és  $corr(X, Y) = 0.5$ .

- Legyen  $Z = 2X - 3Y + 1$ . Határozzuk meg  $E(Z)$ -t és  $Var(Z)$ -t!
- Legyen  $U = 5X + Y$ . Határozzuk meg  $Z$  és  $U$  korrelációs együtthatóját!