

# Idősorelemzés praktikum

## Házi feladat I.

Elek Péter

Beadási határidő: 2017. április 5., 14 óra (zárthelyi eleje)

**1. feladat.** (AR(1)-folyamat zajjal.) Legyen  $Y_t = aY_{t-1} + \epsilon_t$  egy AR(1) folyamat, amihez adjunk hozzá egy véletlen zajt:  $X_t = Y_t + \eta_t$ . Tegyük fel, hogy  $\{\epsilon_t\}$  és  $\{\eta_t\}$  ( $t = 1, 2, \dots$ ) normális eloszlású,  $\sigma_\epsilon$  és  $\sigma_\eta$  szórású, független zajok, amelyek egymástól is függetlenek. Tegyük fel továbbá, hogy az AR(1)-folyamat kezdeti értéke,  $Y_0$  is független a fenti zajoktól és eloszlása a stacionárius eloszlás:  $N(0, \sigma_\epsilon^2 / (1 - a^2))$ .

- Határozzuk meg  $X_t$  autokorreláció-függvényét!
- Milyen folyamatot követ  $X_t$ ?

**2. feladat.** Tekintsük az alábbi folyamatot:

$$X_t = 1.6 * X_{t-1} - 0.9 * X_{t-1} + \epsilon_t + 0.5 * \epsilon_{t-1},$$

ahol  $\epsilon_t$  független értékű zaj zérus várható értékkel és  $\sigma_\epsilon = 1$  szórással. Bizonyítsuk be, hogy a folyamatnak van stacionárius  $MA(\infty)$  reprezentációja, továbbá, hogy invertálható (azaz létezik  $AR(\infty)$  reprezentációja). Határozzuk meg a következőket:

- a stacionárius megoldás várható értéke, szórása, autokorreláció-függvénye
- a folyamat  $MA(\infty)$  reprezentációja
- a folyamat spektrális sűrűségfüggvénye.

Határozzuk meg R függvények segítségével is az autokorrelációkat, parciális autokorrelációkat és az  $MA(\infty)$  reprezentáció elemeit, valamint ábrázoljuk a spektrális sűrűségfüggvényt! Ezenkívül szimuláljunk ilyen folyamatokat R-rel!